Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Grundschule, Hauptschule, Realschule,
Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für alle Fächer/Fächerverbünde/Themenorientierten Projekte

Vorwort zu den Niveaukonkretisierungen

Februar 2009

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Die Niveaukonkretisierungen ergänzen die Bildungsstandards und veranschaulichen an konkreten Beispielen, welche verbindlichen Anforderungen in den einzelnen Kompetenzformulierungen gestellt werden. (vgl. BP 2004 S.9 / GYM S.11)

Die Niveaukonkretisierungen richten sich an die Lehrkräfte und definieren einen Leistungskorridor als Leitlinien für die Unterrichtsplanung und dienen zur Überprüfung des Unterrichtserfolges. Sie verdeutlichen also das erwartete Anspruchsniveau einzelner Kompetenzen oder einer Reihe von aufeinander bezogenen Kompetenzen (Kompetenzbündel).

Jede Niveaukonkretisierung ist nach folgendem Schema aufgebaut:

- Vorbemerkungen (wenn notwendig)
- Bezug zu den Bildungsstandards
- Problemstellung
- Niveaubeschreibungen
  - Niveaustufe A
  - Niveaustufe B
  - Niveaustufe C

Die **Vorbemerkungen** enthalten didaktisch methodische Hinweise und erläutern besondere Voraussetzungen.

Der **Bezug zu den Bildungsstandards** zeigt, auf welche fachlichen und gegebenenfalls methodischen, sozialen und personalen Kompetenzformulierungen des Bildungsplanes sich die vorliegende Niveaukonkretisierung bezieht.

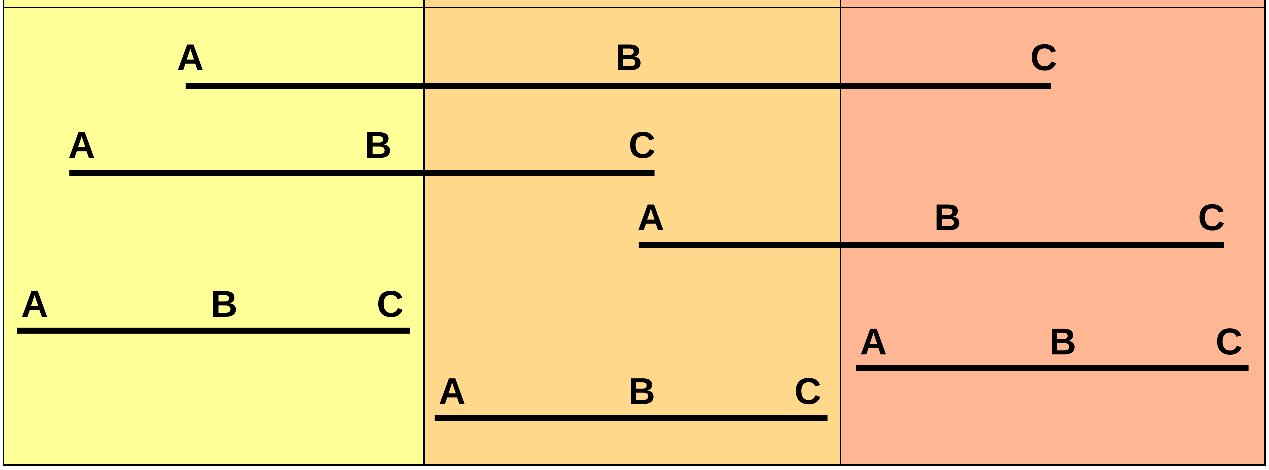
Die **Problemstellung** beschreibt eine spezifische Unterrichtssituation an der die Schülerinnen und Schüler die in den Standards geforderten Kompetenzen erwerben können.

Die Beispiele dienen der Illustration und sind weder verpflichtend noch als Unterrichts- oder Prüfungsaufgabe gedacht.

Die **Niveaubeschreibungen (A, B, C)** zeigen an den gewählten Beispielen verbindlich das – der Schulart und Jahrgangsstufe angemessene – Anspruchsniveau auf.

Die Differenzierung der Niveaustufen bezieht sich in der Regel auf die Systematik der Anforderungsbereiche:

Anforderungsbereich I	**Anforderungsbereich II**	**Anforderungsbereich III**
- Wiedergabe von Begriffen und Sachverhalten unter Verwendung von gelernten und geübten Verfahrensweisen in einem begrenzten Gebiet.	- selbstständiges Bearbeiten bekannter Sachverhalte - selbstständiges Übertragen von Kenntnissen auf neue Fragestellungen oder Zusammenhänge	- Bearbeiten komplexer Gegebenheiten, um selbstständig zu Lösungen, Begründungen, Folgerungen und Wertungen zu gelangen



Die Niveaubeschreibungen können sich auf nur einen, zwei oder drei dieser Anforderungsbereiche beziehen.

Beispielsweise können innerhalb des **Anforderungsbereichs I** die Anwendung von einfachen oder von zunehmend anspruchsvolleren Verfahrensweisen in **A, B** und **C** beschrieben sein.

Landesinstitut für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Grundschule, Hauptschule, Realschule, Allgemein bildendes Gymnasium

Innovativer Bildungsservice

Gemeinsame Niveaukonkretisierung für vier Schularten
Mathematik
Klasse 4 / Klasse 6

Abfallmengen

April 2006

Landesinstitut für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung und Evaluation

Schulentwicklung und empirische Bildungsforschung

Bildungspläne

Vorwort

Die vorliegende gemeinsame Niveaukonkretisierung der vier Schularten zeigt durch die Ähnlichkeit der Niveauformulierungen, dass die Unterscheidungen der Niveaus durchaus analog sind, sprechen sie doch geistige Aktivitäten auf einer abstrakten Ebene an. Was von Schulart zu Schulart variiert, ist die dahinter stehende Praxis des jeweiligen Umganges mit der Situation. Gerade der hier mögliche Vergleich kann zu einem bewussten Umgang mit Niveauunterschieden in vielen anderen Situationen hilfreich sein.

Das Beispiel zeigt damit, dass die drei Niveaus in jeder Sachsituation und in jeder Situation der Entwicklung der Schüler in ihrem jeweiligen Umfeld unterschieden und ins Auge gefasst werden können.

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitgedanken

- […] Schülerinnen und Schüler für den mathematischen Gehalt alltäglicher Situationen sensibel machen und sie zum Problemlösen mit mathematischen Mitteln anleiten.
- Eine mathematische Einstellung zeigt sich auch in einer kritisch konstruktiven Fragehaltung […].

Kompetenzen und Inhalte

Leitidee „Zahl“

- Zahlen vergleichen […] und zueinander in Beziehung setzen.

Leitidee „Messen und Größen“

- Wissen und Können im Umgang mit Größen zur Klärung realistischer, kindgemäßer Sachverhalte nutzen.

Leitidee „Daten und Sachsituationen“

- Daten aus unterschiedlichen Darstellungen entnehmen und daraus Informationen und Schlüsse ziehen;
- Sachsituationen und Sachverhalte, die in Bildern, Tabellen und Diagrammen dargestellt sind, interpretieren und mathematisieren.

(2) Problemstellung

Innerhalb des Fächerverbundes MeNuK „Umwelt – Müll“ setzen die Kinder sich mit Daten zum Thema Abfallmengen auseinander.

Abfallmenge pro Einwohner:

(*die Tabelle ist beispielhaft zu verstehen – es sollte jeweils auf die Daten der eigenen Gemeinde zurückgegriffen werden*)

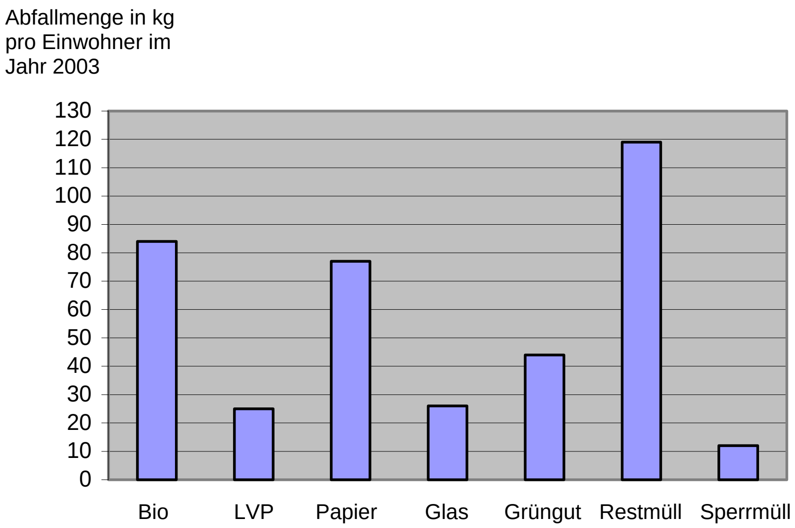
Jahr	Bioabfall	LVP (Leichtverpackung)	Papier	Glas	Grüngut	Restmüll	Sperrmüll
2003	**84 kg**	**25,1 kg**	**77 kg**	**26,2 kg**	**44,3 kg**	**118,6 kg**	**11,6 kg**

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

- Angaben der Tabelle entnehmen, klären was die Zahlen (vor und hinter dem Komma) bedeuten
  (Leitidee „Daten und Sachsituationen“)
- Vergleiche herstellen z.B. zum eigenen Körpergewicht
  (Leitidee „Messen und Größen“)
- Gewichtsangaben der Größe nach ordnen und Differenzen berechnen
  (Leitidee „Zahl“)
  Z.B. Der Restmüll nimmt den größten Gewichtsanteil ein und wiegt 34,6 kg mehr als der Biomüll.
- Gesamtabfallmenge berechnen
  (Leitidee „Zahl“)
  84kg+25,1kg+77kg+26,2kg+44,3kg+118,6kg+11,6kg=386,8kg
- Angaben auf kg runden und in einem Säulendiagramm darstellen
  (Leitidee „Daten und Sachsituationen“)

Z.B.



Niveaustufe B

- Abfallmengen für die eigene Familie, die Klasse und die Kinder der Schule berechnen (mit gerundeten Werten). Die errechneten gerundeten Werte in Beziehung setzen zu den Gewichten bekannter Repräsentanten (Elefant, Lastwagen, Lastwagenladungen)
  (Leitidee „Zahl“, Leitidee „Messen und Größen“)

Z.B. vierköpfige Familie: 387 kg · 4 = 1 548 kg ≈ 1,5 t (großer PKW)
Klasse mit 25 Schüler: 387 kg · 25 = 9 675 kg ≈ 10 t (Lastwagenladung)
Schule mit 280 Schüler: 387 kg · 280 = 108 360 kg ≈ 108 t (20 Elefanten)

- Die Tagesabfallmenge pro Einwohner berechnen (mit gerundeten Werten) und mit der Tagesabfallmenge, die in der Familie gesammelt wurde, vergleichen
  (Leitidee „Zahl“ und Leitidee „Daten und Sachsituationen“)

Z.B. 387 kg : 365 ≈ 1 kg
In der Familie an einem Tag den anfallenden Abfall sammeln und wiegen.

Kommentar:

Die reine Berechnung der Tagesmüllmenge entspricht dem Niveau A. Hierbei könnte auch der Taschenrechner verwendet werden. Im Wesentlichen geht es in Niveau B darum, Vergleiche mit dem eigenen Müllaufkommen anzustellen und diese zu reflektieren.

Niveaustufe C

- Die unterschiedlichen Gewichtsangaben interpretieren
  (Leitidee „Daten und Sachsituationen“)

Z.B. die Abfallarten LVP und Papier bezüglich Gewicht und Volumen vergleichen.
Gewichtsmäßig stellt Papier mit 77 kg einen größeren Anteil an der Gesamtabfallmenge dar als die Leichtverpackung, aber volumenmäßig ist das umgekehrt.

- Die Abfallmenge für die eigene Stadt, für Baden-Württemberg, für Deutschland berechnen (Einsatz des Taschenrechners) und in Beziehung setzen zu den Gewichten bekannter Repräsentanten.
  (Leitidee „Zahl“, Leitidee „Messen und Größen“)

- Die Entstehung von Durchschnittswerten reflektieren (Fragestellung ergibt sich bei der Auseinandersetzung mit dem auf Niveau B gestellten Problem der Tagesabfallmenge)
  (Leitidee „Daten und Sachsituationen“)

Z.B. Die Gewichtsangaben zur Tagesabfallmenge werden sich von Familie zu Familie unterscheiden, ebenso vom Durchschnittswert. Thematisiert wird wie der Durchschnittswert entsteht.

Kommentar:

Die Thematik Abfall kann innerhalb des Fächerverbundes MeNuK auf außermathematische Fragestellungen erweitert werden.

Z.B. Müllentstehung, Müllvermeidung, …

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Kompetenzen und Inhalte

Leitidee „Daten und Zufall“

- Daten ermitteln und interpretieren;
- Daten ordnen und übersichtlich darstellen;
- Mittelwerte von vergleichbaren Daten bestimmen.

(2) Problemstellung

Eine Statistik besagt:

In Deutschland werden jährlich etwa 400 Millionen Tonnen Müll produziert. Wenn man diesen Müll auf einen Haufen wirft, entsteht ein Müllberg mit ca. 400 m Höhe.

Etwa 35 Millionen Tonnen Müll und recycelbare Stoffe fallen in privaten Haushalten an.

Zum Vergleich: Das Freiburger Münster hat eine Höhe von 116 m.

In einer anderen Statistik findet man folgende Angaben:

Jeder der etwa 80 Millionen Bundesbürger produziert durchschnittlich im Jahr etwa

- 48 kg kompostierbare Abfälle
- 162 kg Wertstoffe (z. B. Glas, Papier, Kunststoffe)
- 40 kg Sperrmüll
- 138 kg Restmüll, der von der öffentlichen Müllabfuhr vor der Haustür abgeholt wird.

Quelle: Schülerbuch Pluspunkt Mathematik Hauptschule 2, Cornelsen Verlag

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

Die Schülerinnen und Schüler entnehmen Informationen aus dem Text, finden einfache Aufgabenstellungen und berechnen diese richtig.

Beispiele:

48 kg+162 kg+40 kg+138 kg = 388 kg

Jeder Bundesbürger produziert im Durchschnitt 388 kg Müll pro Jahr.

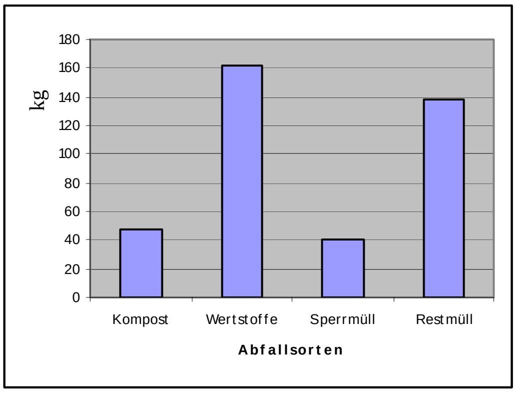
Die Höhe des Müllbergs wird mit der Höhe des Freiburger Münsters vergleichen:

Der Müllberg ist 284 m höher als der Münsterturm, der Müllberg ist mehr als dreimal so hoch...

Die Berechnungen werden vorgestellt.

Niveaustufe B

1. Zu den errechneten Ergebnissen wird ein Säulendiagramm erstellt:



Beschriftungsbeispiel:

Durchschnittliche Abfallmenge eines Bundesbürgers im Jahr

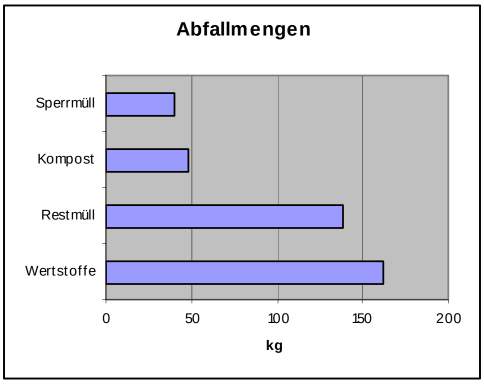
2. Aussagen über die zweite Statistik werden getroffen.

   Beispiel:
   Welche Menge an unterschiedlichen Abfällen produzieren 80 Mio Bundesbürger jährlich laut der zweiten Statistik?

   Abfallmenge der Bundesbürger nach der zweiten Statistik: 31,04 Mio t

Niveaustufe C

1. Je nach Kenntnisstand der Schülerinnen und Schüler können die Daten sortiert und/oder weitere Diagrammarten gewählt werden. Die unterschiedlichen Diagramme werden auf ihre Aussagekraft hin untersucht und verglichen.



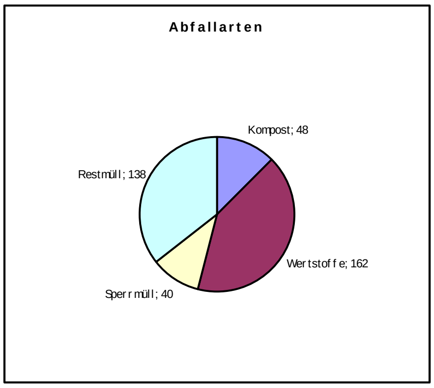


   Diagramm-/Beschriftungsbeispiele:

   Mögliche Aussagen:

   Am Balkendiagramm lassen sich die nach der Größe sortierten Werte bequem ablesen.
   Ein Kreisdiagramm zeigt auf den ersten Blick, dass die Wertstoffe fast die Hälfte des Abfalls ausmachen.

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitidee „Daten“

- gängige Darstellungsformen in Veröffentlichungen lesen und Informationen entnehmen;
- Tabellen lesen und auswerten;
- Erhebungen zu einer Fragestellung aus der eigenen Erfahrungswelt machen;
- Daten sammeln und in Tabellen erfassen.

Leitidee „Zahl“

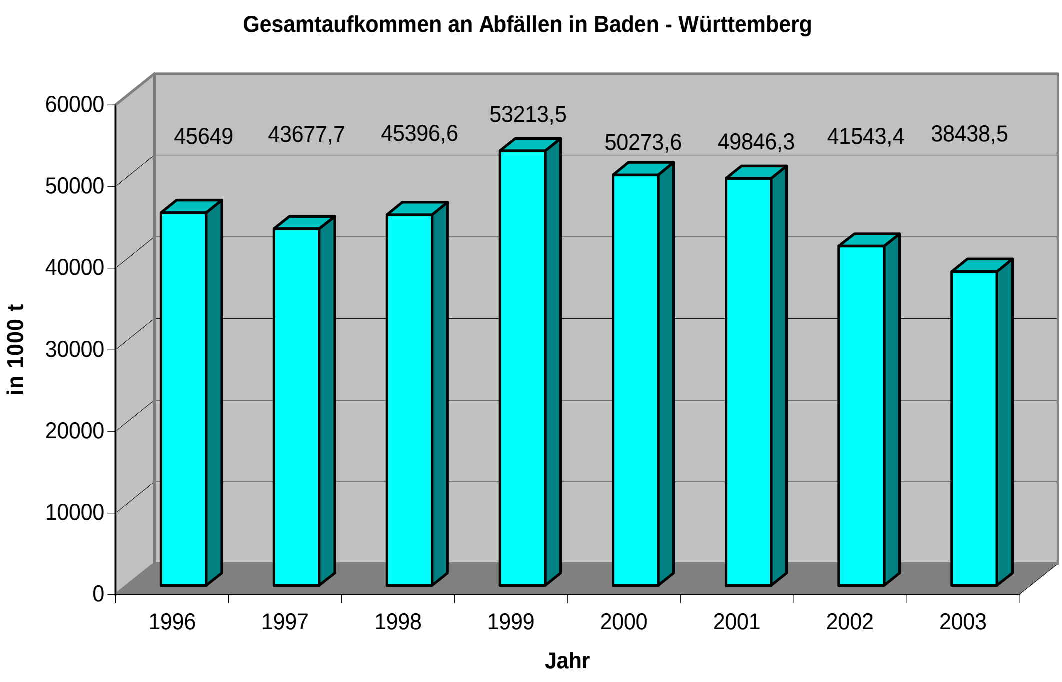
- mathematische Beziehungen und Zusammenhänge in offenen Aufgaben herstellen;
- Zahlen vergleichen und ordnen;
- Rechenoperationen im erweiterten Zahlenbereich sicher ausführen, einschließlich dafür notwendiger Überschlagsrechnungen.

Leitidee „Messen“

- Messergebnisse in sinnvoller Genauigkeit darstellen.

(2) Problemstellung

Als Vorlage dient das folgende Diagramm, erstellt aus den Angaben des Statistischen Landesamtes.



Quelle: Statistisches Landesamt Baden-Württemberg

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

Bei der Arbeit mit den angegebenen Werten des Diagramms ergibt sich eine Fülle von Möglichkeiten:

- Ablesen der Werte, Vergleich einzelner Gewichtsangaben;
- Klären der Angabe „in 1000 t“
- Berechnen von Ab- und Zunahmen von Jahr zu Jahr
- Berechnen von Veränderungen zwischen einzelnen Jahren in Prozent

Niveaustufe B

Vertieftes Verständnis der wiedergegebenen Situation wie zum Beispiel:

- Veranschaulichen der Angaben durch Heranziehen von fassbaren Vergleichen (zum Beispiel: Wie vielen Erwachsenen / der Einwohnerzahl welchen Landes / Elefanten / LKW / ... entspricht ungefähr die Angabe aus dem Jahr 2003?)
- Erstellen einer Tabelle zum angegebenen Schaubild:

Gesamtaufkommen an Abfällen in Baden Württemberg		
Jahr	*Abfallaufkommen in 1000t*	
1996	45649,0	
1997	43677,7	
1998	45396,6	
1999	53213,5	
2000	50273,6	
2001	49846,3	
2002	41543,4	
2003	38438,5	

- Erstellen weiterer Diagrammformen auf der Grundlage einer mit einem Tabellenkalkulationsprogramm erarbeiteten Tabelle und kritische Reflektion derselben.

Niveaustufe C

Übertragen der Situation auf das nähere Umfeld, zum Beispiel:

- Erkunden des Abfallaufkommens der eigenen Gemeinde/der eigenen Stadt (Internet Link Amt für Abfallwirtschaft, Gang zum Bürgermeisteramt...);
- Erstellen eines Diagramms zur Situation am Ort und Vergleich mit der Gesamtsituation Baden-Württemberg;
- Durchführen von Untersuchungen zum Erfassen des Abfallverhaltens der eigenen Klasse und Auswertung (zum Beispiel tägliches Wiegen des Abfalls der Klasse über einen bestimmten Zeitraum, Begründungen für Schwankungen erkennen, Aussagekraft von Mittelwerten thematisieren);

Trendbetrachtungen anstellen, zum Beispiel:

- Äußern von Vermutungen zur Entwicklung in den folgenden Jahren in Baden-Württemberg.

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Leitidee „Zahl“

- Verschiedene Darstellungsformen von Zahlen kennen, situationsgerecht auswählen und ineinander umwandeln

Leitidee „Daten und Zufall“

- Daten systematisch sammeln, anordnen und übersichtlich darstellen;
- Daten bewerten und aus ihnen Schlüsse ziehen.

Leitidee „Modellieren“

- Den Dreisatz bei Aufgaben des „bürgerlichen Rechnens“ anwenden.

(2) Problemstellung

Auf der Homepage der Gemeinde Feldtal findet man folgende Angaben.

Müllaufkommen in den vergangenen Jahren

	2000	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**
Restmüll in t	9 380	7 424	7 599	7 542	7 551	7 614
Biomüll in t	3 577	3 639	3 556	3 573	3 598	3 729
	...	...	...	...	...	...
Gesamt-müll in t	16 989	16 157	16 610	16 821	17 028	17 351

Während früher jeder Haushalt eine feste Abfallgebühr pro Jahr bezahlen musste, wird heute der Abfall gewogen und danach die Gebühr berechnet.
Im Jahr 2000 betrug die Einwohnerzahl von Feldtal 48 342 und stieg bis zum Jahr 2005 auf 51 798.

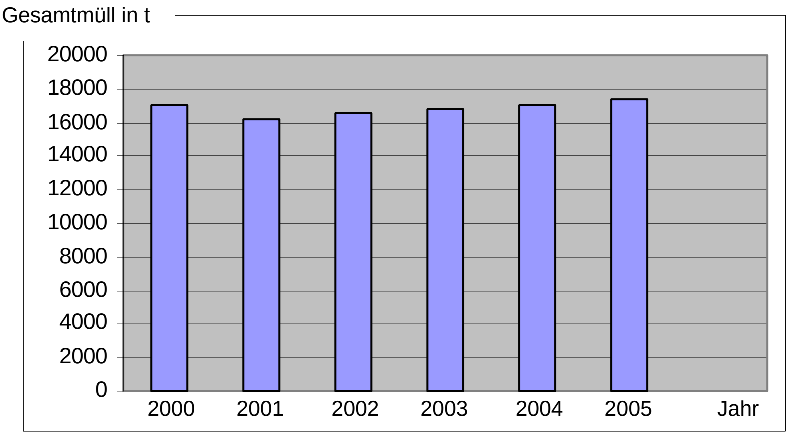
(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

2. Angaben runden und in einem Säulendiagramm darstellen
(Leitidee „Zahl“, Leitidee „Daten und Zufall“)

Z. B. für den Gesamtmüll

Jahr	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Gesamtmüll in t	17 000	16 200	16 600	16 800	17 000	17 400



3. Anteile bestimmen, Prozentsätze berechnen
   (Leitidee „Zahl“)

   Z. B.: Anteil des Restmülls im Jahr 2000 am Gesamtmüll: $\frac{9380}{16989} \approx 0{,}552 = 55{,}2\ \%$

4. Änderungen berechnen
   (Leitidee „Zahl“)

   Z. B.: Abnahme des Gesamtmülls zwischen 2000 und 2001: 832 t
   Zunahme des Gesamtmülls zwischen 2001 und 2002: 453 t

Niveaustufe B

1. Müllmenge pro Einwohner berechnen
   (Leitidee „Zahl“)

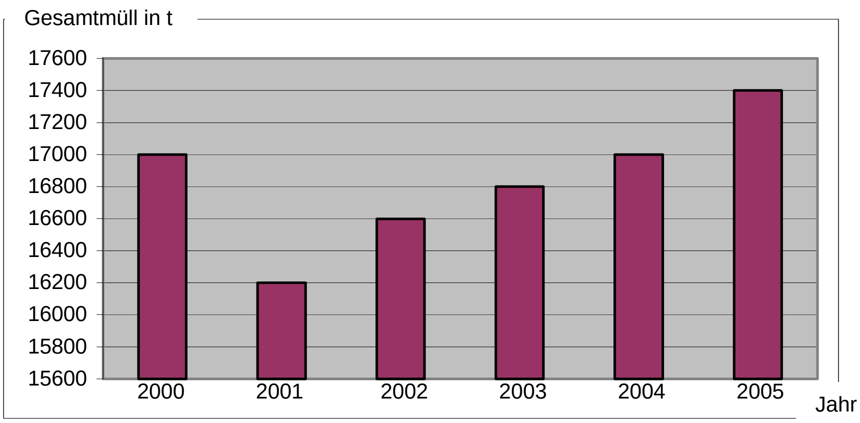
   Z. B.: Biomüll im Jahr 2005: 3 729 t : 51 798 ≈ 0,072 t = 72 kg

2. Monatliche Müllmenge berechnen
   (Leitidee „Zahl“)

   Z. B.: Monatlicher Biomüll im Jahr 2005: 3 729 t : 12 ≈ 311 t

Niveaustufe C

1. Angaben in einem Säulendiagramm darstellen, dessen Skala nicht bei null Tonnen beginnt
   (Leitidee „Daten und Zufall“)



2. Gegebene und berechnete Werte interpretieren
   (Leitidee „Daten und Zufall“)

   Z.B:
   a) Gesamtmenge des Mülls nimmt von 2000 bis 2005 zu, aber die gesamte Müllmenge pro Einwohner nimmt von 352 kg auf 335 kg ab.
   b) Die gewichtsabhängige Müllgebühr wurde vermutlich im Jahr 2001 eingeführt, da vom Jahr 2000 auf das Jahr 2001 die Restmüllmenge deutlich zurückging.
   c) Die Restmüllmenge ist in einem Jahreszeitraum pro Monat annähernd konstant, jedoch ist die Biomüllmenge pro Monat saisonabhängig.

3. Müllmenge für andere Einwohnerzahlen berechnen, dazu notwendige Annahmen formulieren
   (Leitidee „Modellieren“)

   Z. B. Vermutliches Restmüllaufkommen eines Stadtteils von 7 000 Einwohnern berechnen.
   Annahme: Gleiche Müllmengen pro Einwohner in der gesamten Stadt, dann Berechnung mit Dreisatz

51 798	Einwohner	erzeugen		7 614 t	Restmüll
1 000	Einwohner	erzeugen	ca.	147 t	Restmüll
7 000	Einwohner	erzeugen	ca.	1 029 t	Restmüll

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Realschule

Innovativer
Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 6

Größenordnungen

Februar 2004

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Vorbemerkungen

Die in den Bildungsstandards benannten allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen erwerben die Schülerinnen und Schüler in aktiver Auseinandersetzung mit vielgestaltigen mathematischen Inhalten im Unterricht. Dieser basiert bevorzugt auf offenen und komplexen Lernsituationen, die an die Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler außerhalb und innerhalb der Mathematik anknüpfen. Vorhandene Vorstellungen werden in einem aktiven Aneignungsprozess mit neuen Erkenntnissen in Beziehung gesetzt. Dabei wird Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erlebt.

Der Unterricht ist auf mathematisches Verständnis als Produkt aus den Kenntnissen mathematischer Begriffe und Verfahren ausgerichtet. Er orientiert sich verstärkt an Prozessen des Mathematisierens und am Aufbau flexiblen Wissens, das in innermathematischen ebenso wie in außermathematischen Zusammenhängen angewendet wird. Fehler sind produktive Bestandteile des Lernens.

Offene und variierende Aufgabenstellungen, die unterschiedliche Lösungswege und -strategien auf verschiedenen Niveaus zulassen, tragen dazu bei, dass Schülerinnen und Schüler Modellierungsprozesse durchlaufen, und dass das Selbstkonzept der Schülerinnen und Schüler hinsichtlich ihrer mathematischen Begabung stärker beachtet wird.

Zum Lösen mathematischer Aufgaben, werden mathematische Kompetenzen in unterschiedlicher Ausprägung benötigt. Diesbezüglich lassen sich drei zusammenhängende Niveaustufen unterscheiden. Anspruch und Komplexität nehmen von Niveaustufe zu Niveaustufe zu. Dies bedeutet aber nicht, dass zum Beispiel Fähigkeiten von Niveaustufe B Voraussetzung für jede Fähigkeit von Niveaustufe C sind. Die Zuordnung einer Aufgabe bzw. Teilaufgabe zu einer Niveaustufe erfolgt im Hinblick auf die Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler, die diese bis zum jeweiligen Bildungsstandard erworben haben sollen. Die Aufgabenbeispiele illustrieren exemplarisch die Standarderreichung, indem sie deutlich machen, welche konkrete Qualität an mathematischer Leistung jeweils erbracht werden muss, um die Standards zu erfüllen.

Mit Hilfe der Tabelle wird der Prozess des Bearbeitens einer mathematischen Aufgabe beschrieben um zu bestimmen, welches Niveau zur Bearbeitung gebraucht wird.

Niveaustufe A	**Niveaustufe B**	**Niveaustufe C**
Wiedergabe von Begriffen und Sätzen, Beschreibung und Verwendung gelernter und geübter Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet	Selbstständiges Bearbeiten bekannter Sachverhalte unter Verknüpfung von Kenntnissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten aus verschiedenen mathematischen Gebieten	Planmäßiges Bearbeiten komplexer Gegebenheiten um selbstständig zu Lösungen, Begründungen Folgerungen, Interpretationen und Wertungen zu gelangen

Die Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen auf unterschiedlichen Niveaustufen geschieht in einem Unterricht, der selbstständiges Lernen und Kooperationsbereitschaft sowie die Entwicklung von Durchhaltevermögen, Zuverlässigkeit und Ausdauer, Genauigkeit, Sorgfalt und Verantwortungsbereitschaft, Urteilsfähigkeit und kritisches Reflektieren zum Ziel hat.

Mathematikunterricht orientiert sich an den Lernprozessen und Lernergebnissen der Schülerinnen und Schüler. Individuelle Lernwege und Lernergebnisse werden für weiteres Lernen genutzt, damit mathematisches Wissen funktional, flexibel, kreativ und mit Einsicht in vielfältigen kontextbezogenen Situationen angewendet werden kann.

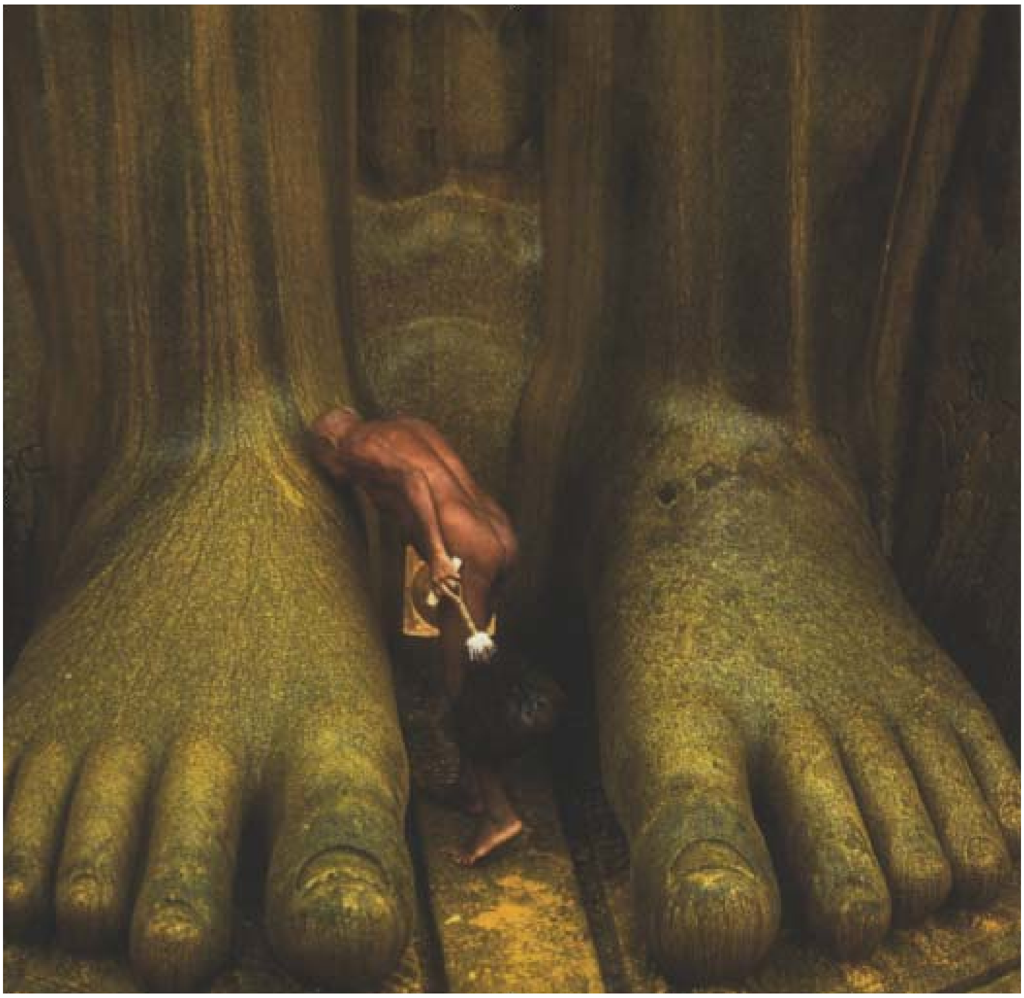
(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Die Schülerinnen und Schüler können

- mit Variablen als typisch mathematischem Element umgehen und arbeiten;
- Rechenoperationen im erweiterten Zahlenbereich sicher ausführen, einschließlich dafür notwendiger Überschlagsrechnungen;
- Rechenergebnisse entsprechend dem Sachverhalt sinnvoll runden;
- mathematische Beziehungen und Zusammenhänge in offenen Aufgaben herstellen;
- unterschiedliche Lösungsstrategien anwenden, verbalisieren und hinterfragen;
- die Prinzipien der Längenmessung nutzen;
- Dimensionen von Zahlen, Größen und geometrischen Objekten abschätzen;
- ein „Gefühl" für Zahlen, Größenordnungen und Zusammenhänge entwickeln;
- Einheiten für Größen von Länge, Volumen hinsichtlich ihrer Verwendung auswählen sowie Größenangaben umwandeln;
- Messergebnisse und berechnete Größen in sinnvoller Genauigkeit darstellen;
- aus Materialien Maßangaben entnehmen;
- Größen mit Hilfe von Vorstellungen über geeignete Repräsentanten schätzen;
- Erhebungen zu einer Fragestellung aus der eigenen Erfahrungswelt machen;
- Mathematik als geistige Konstruktion mit der erfahrbaren oder symbolischen Realität durch mathematisches Modellieren verknüpfen;
- Fragestellungen die passende Mathematik zuordnen;
- Situationen angemessen modellieren, wobei innermathematische und außermathematische Modellierungen gleichermaßen zur Anwendung kommen;
- mit dem Gleichheitszeichen korrekt umgehen;
- Probleme in ihrer Komplexität erfassen und sie durch die Wahl geeigneter Modelle beschreiben und bearbeiten;
- die verwendeten mathematischen Modelle reflektieren.

(2) Problemstellung

Ein Mann säubert mit einem Wedel aus Pfauenfedern die Füße einer steinernen Statue. Die Statue steht im südindischen Staat Karnataka und stellt Bahubali, einen der 24 Heiligen der Jainisten, dar. Es handelt sich um die größte monolithische Felsstatue der Welt. Der Jainismus ist eine der ältesten Religionen der Welt und hat in Indien etwa vier Millionen Anhänger. Sie bekennen sich zu absoluter Gewaltlosigkeit und sind strenge Vegetarier. Der Mann ist ein Jain-Mönch, ein „Luftgekleideter“. Er fegt den Fuß der Statue, um kein Insekt zu töten, wenn er sich darauf setzt.



Wie groß ist die Statue ungefähr? Versuche zuerst eine Angabe zu machen ohne rechnerische Überlegungen. Vergleiche die ermittelte ungefähre Größe mit dir bekannten Bauwerken. Kannst du Angaben zum Gewicht (der Masse) machen?

(3) Niveaubeschreibung

Die Aufgabe hat keine eindeutige Lösung, erlaubt aber mehrere Wege zu begründeten Antworten, die reflektiert werden. Sie bietet Möglichkeiten, die Diskussion über den mathematischen Aspekt hinaus zu erweitern.

Niveaustufe A

Bei der Wahl einer geeigneten Vergleichsgröße wird mit Alltagswissen argumentiert. Beim Ermitteln von Näherungswerten durch Vergleich mit einer Person werden Routineverfahren verwendet.

(- Hinweis: Originalgröße der Statue 18 m -)

Niveaustufe B

Die Schülerinnen und Schüler prüfen die Plausibilität von Ergebnissen und beurteilen die eigene Schätzung kritisch. Sie stellen ihre Überlegungen und Lösungswege verständlich dar, setzen sich mit Äußerungen von anderen auseinander und gehen mit Fehlern konstruktiv um.

Niveaustufe C

Das Ermitteln des möglichen Gewichts (der Masse) erfordert Kreativität beim Entwickeln von Lösungsideen und das Modellieren einer komplexen Situation. Das selbstständige Erfassen der Abhängigkeit von Volumenschätzung und unterschiedlichen Materialannahmen führt zur Bearbeitung des anspruchsvollen Problems. Dabei werden verschiedene Formen der Darstellung entwickelt und zweckentsprechend beurteilt.

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Realschule

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 6

Kalkulation

Februar 2004 / überarbeitet im Oktober 2008

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

LEITIDEE ZAHL

Die Schülerinnen und Schüler können

- Rechenoperationen […] sicher ausführen, […];
- Algorithmen und Kalküle zum Lösen von Standardaufgaben reflektiert einsetzen;
- mathematische Beziehungen und Zusammenhänge in offenen Aufgaben herstellen;
- bereits erworbenes Wissen in kumulativen Aufgaben flexibel anwenden;
- unterschiedliche Lösungsstrategien anwenden, verbalisieren und hinterfragen.

LEITIDEE DATEN

Die Schülerinnen und Schüler können

- gängige Darstellungsformen in Veröffentlichungen lesen und Informationen entnehmen;
- Tabellen lesen und auswerten.

LEITIDEE MODELLIEREN

Die Schülerinnen und Schüler können

- Mathematik als geistige Konstruktion mit der erfahrbaren oder symbolischen Realität durch mathematisches Modellieren verknüpfen;
- Fragestellungen die passende Mathematik zuordnen;
- Situationen angemessen modellieren, wobei innermathematische und außermathematische Modellierungen gleichermaßen zur Anwendung kommen;
- Probleme in ihrer Komplexität erfassen und sie durch die Wahl geeigneter Modelle beschreiben und bearbeiten;
- die verwendeten mathematischen Modelle reflektieren.

(2) Problemstellung

Die Schülerinnen und Schüler untersuchen und vergleichen unterschiedliche Angebote zu einer Skifreizeit.

Sie übersetzen die gegebenen Aussagen aus der nachfolgenden Abbildung in mathematische Fragestellungen und lösen diese.

Die Schülerinnen und Schüler präsentieren ihre Lösungen und nehmen dazu Stellung.

Darüber hinaus formulieren sie eigene Fragestellungen.

Skizentrum Schneealp
Winterangebot

Liftkarten

	Erwachsene	Kinder
3-Tageskarte	98€	85€
2-Tageskarte	70€	56€
Tageskarte	39€	31€
Nachmittagskarte (gültig ab 12.30 Uhr)	22€	16€

Hallenbad

Eintritt

Erwachsene	3€
Kinder	2€

Ski- und Snowboard-Verleih

	1 Tag	2 Tage	3 Tage
Ski (Erwachsene)	20€	36€	54€
Ski (Kinder)	16€	29€	44€
Snowboard	19€	34€	58€

Familienangebot

3 Tage für 388€

incl. Liftgebühr, Ski- oder Snowboard-Ausleihe für alle Familienmitglieder

Ski-Kurs

27€

pro Person und Tag

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

Die Schülerinnen und Schüler

- modellieren einfache Situationen angemessen, z.B. die Aussagen (1), (2), (4) und (6) (Aussagen der Personen → Tabellen);
- ermitteln tabellarische Daten in einfachen Fällen, z.B. bei den Aussagen (1), (2), (4) und (6);
- führen geübte Algorithmen aus, wie z.B. das Aufstellen und Berechnen von Termen;
- stellen ihren Lösungsweg dar und erläutern ihn.

Niveaustufe B

Die Schülerinnen und Schüler

- analysieren und modellieren in überschaubaren Situationen;
- vergleichen und bewerten verschiedene Lösungsansätze;
- führen Fallunterscheidungen in überschaubaren Situationen durch, z.B. bei Aussage (5);
- dokumentieren einen Lösungsweg in sachgerechter mathematischer Form.

Niveaustufe C

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen und bewerten Informationen bei komplexeren oder offenen Problemstellungen (3);
- überprüfen und bewerten ihre Vorgehensweise und beurteilen ihre Ergebnisse;
- übersetzen eine komplexe Ausgangssituation kreativ in ein geeignetes mathematisches Modell, z.B. das Familienangebot bewerten.

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Realschule

Innovativer
Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 8

Schachtel

November 2007

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Vorbemerkungen

Die in den Bildungsstandards benannten allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen erwerben die Schülerinnen und Schüler in aktiver Auseinandersetzung mit vielgestaltigen mathematischen Inhalten im Unterricht. Dieser basiert bevorzugt auf offenen und komplexen Lernsituationen, die an die Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler außerhalb und innerhalb der Mathematik anknüpfen. Vorhandene Vorstellungen werden in einem aktiven Aneignungsprozess mit neuen Erkenntnissen in Beziehung gesetzt. Dabei wird Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erlebt.

Der Unterricht ist auf mathematisches Verständnis als Produkt aus den Kenntnissen mathematischer Begriffe und Verfahren ausgerichtet. Er orientiert sich verstärkt an Prozessen des Mathematisierens und am Aufbau flexiblen Wissens, das in innermathematischen ebenso wie in außermathematischen Zusammenhängen angewendet wird. Fehler sind produktive Bestandteile des Lernens.

Offene und variierende Aufgabenstellungen, die unterschiedliche Lösungswege und -strategien auf verschiedenen Niveaus zulassen, tragen dazu bei, dass Schülerinnen und Schüler Modellierungsprozesse durchlaufen, und dass das Selbstkonzept der Schülerinnen und Schüler hinsichtlich ihrer mathematischen Begabung stärker beachtet wird.

Zum Lösen mathematischer Aufgaben, werden mathematischen Kompetenzen in unterschiedlicher Ausprägung benötigt. Diesbezüglich lassen sich drei zusammenhängende Niveaustufen unterscheiden. Anspruch und Komplexität nehmen von Niveaustufe zu Niveaustufe zu. Dies bedeutet aber nicht, dass zum Beispiel Fähigkeiten von Niveaustufe B Voraussetzung für jede Fähigkeit von Niveaustufe C sind. Die Zuordnung einer Aufgabe bzw. Teilaufgabe zu einer Niveaustufe erfolgt im Hinblick auf die Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler, die diese bis zum jeweiligen Bildungsstandard erworben haben sollen. Die Aufgabenbeispiele illustrieren exemplarisch die Standarderreichung, indem sie deutlich machen, welche konkrete Qualität an mathematischer Leistung jeweils erbracht werden muss, um die Standards zu erfüllen.

Mit Hilfe der Tabelle wird der Prozess des Bearbeitens einer mathematischen Aufgabe beschrieben, um zu bestimmen, welches Niveau zur Bearbeitung gebraucht wird.

Niveaustufe A	Niveaustufe B	Niveaustufe C
Wiedergabe von Begriffen und Sätzen, Beschreibung und Verwendung gelernter und geübter Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet	Selbstständiges Bearbeiten bekannter Sachverhalte unter Verknüpfung von Kenntnissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten aus verschiedenen mathematischen Gebieten	Planmäßiges Bearbeiten komplexer Gegebenheiten um selbstständig zu Lösungen, Begründungen Folgerungen, Interpretationen und Wertungen zu gelangen

Die Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen auf unterschiedlichen Niveaustufen geschieht in einem Unterricht, der selbstständiges Lernen und Kooperationsbereitschaft sowie die Entwicklung von Durchhaltevermögen, Zuverlässigkeit und Ausdauer, Genauigkeit, Sorgfalt und Verantwortungsbereitschaft, Urteilsfähigkeit und kritisches Reflektieren zum Ziel hat.

Mathematikunterricht orientiert sich an den Lernprozessen und Lernergebnissen der Schülerinnen und Schüler. Individuelle Lernwege und Lernergebnisse werden für weiteres Lernen genutzt, damit mathematisches Wissen funktional, flexibel, kreativ und mit Einsicht in vielfältigen kontextbezogenen Situationen angewendet werden kann.

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

LEITIDEE MODELLIEREN

Die Schülerinnen und Schüler können

- durch erweiterte mehrkanalige Zugangsmöglichkeiten passende mathematische Modellierungen vornehmen;
- Darstellungen erfassen und interpretieren, Informationen entnehmen und verarbeiten;

- in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten;
- Modelle einschätzen und verschiedene Modelle vergleichen;
- das Problem der Passung von Situation und Mathematik lösen.

LEITIDEE MESSEN

Die Schülerinnen und Schüler können

- […] geometrische Objekte mit Vorstellungen verbinden;
- die Prinzipien der Längen-, Flächen- und Volumenberechnung nutzen;
- mit Formeln zur Berechnung von Volumen von Prismen umgehen, sie variieren und verstehen;
- Inhalte mathematischer Themenbereiche dokumentieren und präsentieren.

LEITIDEE RAUM UND FORM

Die Schülerinnen und Schüler können

- geometrische Zusammenhänge mit Hilfe von bekannten Strukturen erschließen und sie algebraisch veranschaulichen und darstellen;
- rechnerische Beziehungen zwischen Seitenlängen, Flächeninhalt und Volumina herstellen.

LEITIDEE FUNKTIONALER ZUSAMMENHANG

Die Schülerinnen und Schüler können

- Funktionen als Mittel zur Beschreibung von Zusammenhängen verstehen und nutzen;
- die Veränderung von Größen und deren Abhängigkeit durch Funktionen beschreiben und darstellen;
- Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt untersuchen und Aussagen dazu machen;
- Problemlösestrategien auswählen und anwenden;
- grafische Darstellungen und Tabellen lesen und auswerten;
- neue Medien zur Präsentation nutzen;
- Ergebnisse in Bezug zur Situation überprüfen und Lösungswege reflektieren.

LEITIDEE DATEN

Die Schülerinnen und Schüler können

- Daten unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel bearbeiten, in Tabellen erfassen und grafisch darstellen;
- grafische Darstellungen und Tabellen auswerten;
- grafische Darstellungen bewerten.

(2) Problemstellung

Die Schülerinnen und Schüler erkunden den Zusammenhang zwischen Volumen und Höhe der möglichen Quader, die aus einem Blatt Papier gefaltet werden können.

Sie verdeutlichen den Zusammenhang von Volumen und Höhe mit Hilfe von Tabellenkalkulationsprogramm und grafischer Darstellung.

(3) Niveaubeschreibung

Die Aufgabe ermöglicht ein Vorgehen in mehreren Stufen nach dem E(naktiv)-I(konisch)-S(ymbolisch)-Prinzip nach Bruner.

Niveaustufe A

Der Quader ist den Schülerinnen und Schülern bereits seit Beginn der Realschulzeit vertraut. Auf der enaktiven Ebene - Falten und Herstellen einer Schachtel - Beobachten von sich ergebenden Zusammenhängen - Anstellen von Vergleichen mit Produkten der Mitschüler - bewegen sich die Schülerinnen und Schüler in einem sicheren, überschaubaren und abgeschlossenen Bereich. Sie kommunizieren und argumentieren auf der Grundlage eines bekannten mathematischen Körpers. Die Handlungsebene ist fassbar und anschaulich.

Niveaustufe B

Durch die Verbindung zwischen Anschauung und mathematischer Darstellung ist es den Schülerinnen und Schülern durchgehend möglich, über Realität und mathematischer Form zu reflektieren. Sie bewegen sich in überschaubaren Gebieten, die sie miteinander verknüpfen.

Niveaustufe C

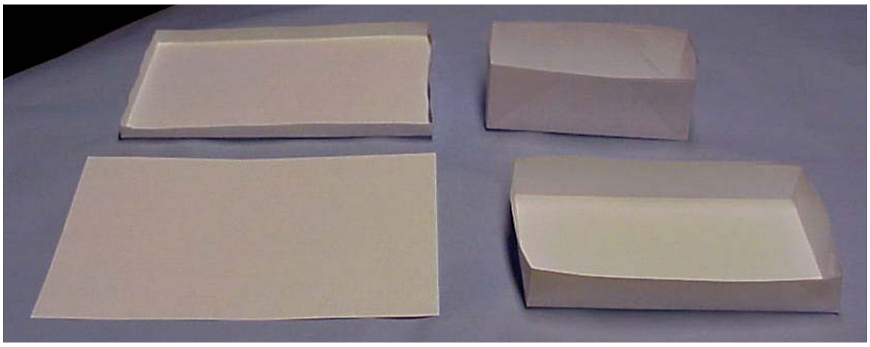
Die Schülerinnen und Schüler nehmen Modellierungen vor, die mehrere Schritte erfordern, und arbeiten dabei mit Variablen, Gleichungen, Funktionen, Tabellen und Diagrammen.

Bei der Präsentation der Ergebnisse erläutern und entwickeln Schüler(gruppen) die mehrschrittige Argumentationen und bewerten die Ergebnisse. Beziehungen zwischen Darstellungsformen werden sichtbar gemacht und zwischen ihnen gewechselt. Auf Äußerungen von Mitschülerinnnen und Mitschüler zu mathematischen Inhalten gehen sie ein. Mit möglichen Fehlern gehen die Schülerinnen und Schüler konstruktiv um.

Mögliche Lösungswege

- Herstellen des Quaders in Form einer oben offenen quaderförmigen Schachtel aus einem DIN A4-Blatt (Schneiden, Falten, evt. Tesafilm,...)
- Zeichnen einer Skizze des Rechtecks (des DIN-A-4-Blattes) mit den notwendigen Faltlinien
- Aufstellen einer Formel, mit der das Volumen der Schachtel bestimmt werden kann, und die den Zusammenhang von Streifenbreite (h) und Schachtel berücksichtigt

Vergleich der Objekte



Vergleich der verschiedenen Vorschläge

z.B. $V = (30 - 2h)\ (20 - 2h)\ h$

$V = 4h^3 - 100h^2 + 600h$

Tabelle zur Bestimmung einzelner Volumen

(mit Taschenrechner)

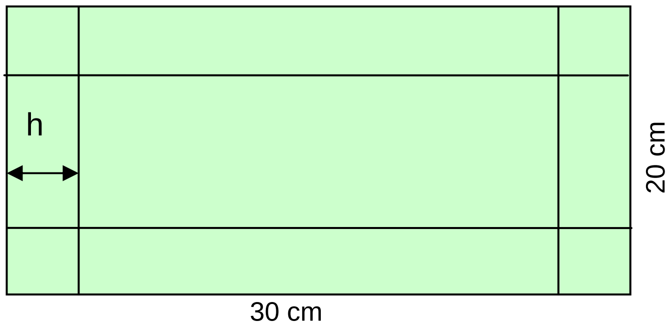


Tabelle zur Bestimmung einzelner Volumen

(mit Taschenrechner)

Höhe h (cm)	Volumen V (cm^3)
1	504
2	832
3	1008
4	1056
5	1000
6	864
7	672
8	448

$V = 4h^3 - 100h^2 + 600h$

Es liegt eine Funktion vor.

Diskussion über „Schachtel“-Eigenschaften

Untersuchungen mit einem Tabellenkalkulationsprogramm

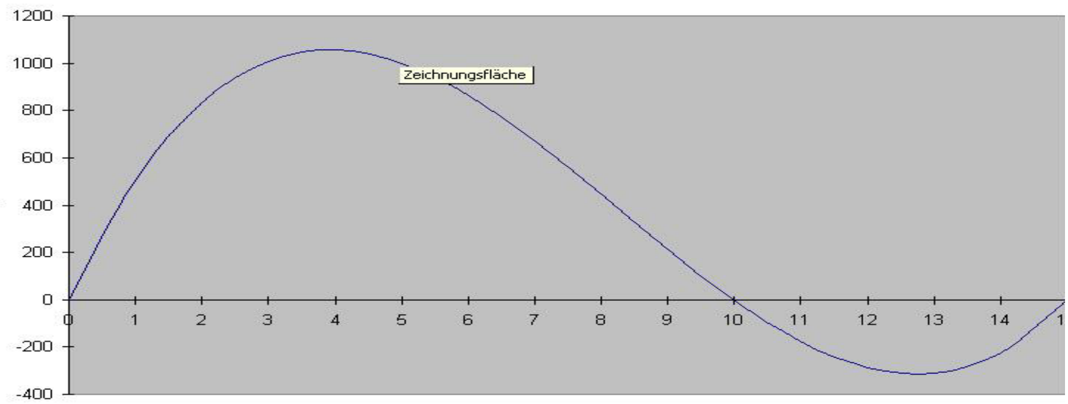
B2 = =4*A2^3-100*A2^2+600*A2

	A	B	C	D	E	F	G
1	Höhe h	Volumen V	Höhe h	Volumen V	Höhe h	Volumen V	
2	0	0	2,5	937,5	3,5	1046,500	
3	1	504	3,0	1008,0	3,6	1050,624	
4	2	832	3,5	1046,5	3,7	1053,612	
5	3	1008	4,0	1056,0	3,8	1055,488	
6	4	1056	4,5	1039,5	3,9	1056,276	
7	5	1000	5,0	1000,0	4,0	1056,000	
8	6	864	5,5	940,5	4,1	1054,684	
9	7	672	6,0	864,0	4,2	1052,352	
10	8	448	6,5	773,5	4,3	1049,028	
11	9	216	7,0	672,0	4,4	1044,736	
12	10	0	7,5	562,5	4,5	1039,500	
13	11	-176	8,0	448,0	4,6	1033,344	
14	12	-288	8,5	331,5	4,7	1026,292	
15	13	-312	9,0	216,0	4,8	1018,368	
16	14	-224	9,5	104,5	4,9	1009,596	
17	15	0	10,0	0,0	5,0	1000,000	
18							
19							

Tabelle1 Tabelle2 Tabelle3

Bereit

Zeichnerische Darstellung des Zusammenhangs, Erstellen des Graphen mit dem Computer



Interpretation der Graphik, Argumentation und Kommunikation bezüglich der Aussage der Darstellung

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Realschule

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 10

Schiffshebewerk

Oktober 2007

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Vorbemerkungen

Die in den Bildungsstandards benannten allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen erwerben die Schülerinnen und Schüler in aktiver Auseinandersetzung mit vielgestaltigen mathematischen Inhalten im Unterricht. Dieser basiert bevorzugt auf offenen und komplexen Lernsituationen, die an die Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler außerhalb und innerhalb der Mathematik anknüpfen. Vorhandene Vorstellungen werden in einem aktiven Aneignungsprozess mit neuen Erkenntnissen in Beziehung gesetzt. Dabei wird Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erlebt.

Der Unterricht ist auf mathematisches Verständnis als Produkt aus den Kenntnissen mathematischer Begriffe und Verfahren ausgerichtet. Er orientiert sich verstärkt an Prozessen des Mathematisierens und am Aufbau flexiblen Wissens, das in innermathematischen ebenso wie in außermathematischen Zusammenhängen angewendet wird. Fehler sind produktive Bestandteile des Lernens.

Offene und variierende Aufgabenstellungen, die unterschiedliche Lösungswege und -strategien auf verschiedenen Niveaus zulassen, tragen dazu bei, dass Schülerinnen und Schüler Modellierungsprozesse durchlaufen, und dass das Selbstkonzept der Schülerinnen und Schüler hinsichtlich ihrer mathematischen Begabung stärker beachtet wird.

Zum Lösen mathematischer Aufgaben, werden mathematischen Kompetenzen in unterschiedlicher Ausprägung benötigt. Diesbezüglich lassen sich drei zusammenhängende Niveaustufen unterscheiden. Anspruch und Komplexität nehmen von Niveaustufe zu Niveaustufe zu. Dies bedeutet aber nicht, dass zum Beispiel Fähigkeiten von Niveaustufe B Voraussetzung für jede Fähigkeit von Niveaustufe C sind. Die Zuordnung einer Aufgabe bzw. Teilaufgabe zu einer Niveaustufe erfolgt im Hinblick auf die Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler, die diese bis zum jeweiligen Bildungsstandard erworben haben sollen. Die Aufgabenbeispiele illustrieren exemplarisch die Standarderreichung, indem sie deutlich machen, welche konkrete Qualität an mathematischer Leistung jeweils erbracht werden muss, um die Standards zu erfüllen.

Mit Hilfe der Tabelle wird der Prozess des Bearbeitens einer mathematischen Aufgabe beschrieben, um zu bestimmen, welches Niveau zur Bearbeitung gebraucht wird.

Niveaustufe A	**Niveaustufe B**	**Niveaustufe C**
Wiedergabe von Begriffen und Sätzen, Beschreibung und Verwendung gelernter und geübter Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet.	Selbstständiges Bearbeiten bekannter Sachverhalte unter Verknüpfung von Kenntnissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten aus verschiedenen mathematischen Gebieten.	Planmäßiges Bearbeiten komplexer Gegebenheiten um selbstständig zu Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen und Wertungen zu gelangen.

Die Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen auf unterschiedlichen Niveaustufen geschieht in einem Unterricht, der selbstständiges Lernen und Kooperationsbereitschaft sowie die Entwicklung von Durchhaltevermögen, Zuverlässigkeit und Ausdauer, Genauigkeit, Sorgfalt und Verantwortungsbereitschaft, Urteilsfähigkeit und kritisches Reflektieren zum Ziel hat.

Mathematikunterricht orientiert sich an den Lernprozessen und Lernergebnissen der Schülerinnen und Schüler. Individuelle Lernwege und Lernergebnisse werden für weiteres Lernen genutzt, damit mathematisches Wissen funktional, flexibel, kreativ und mit Einsicht in vielfältigen kontextbezogenen Situationen angewendet werden kann.

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

LEITIDEE MODELLIEREN

Die Schülerinnen und Schüler können

- sinnvolle Modellierungen für außer- und innermathematische Situationen finden und sie mit mathematischen Mitteln beschreiben;
- Wechselbeziehungen zwischen den Modellen erkennen;
- in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten;
- Äußerungen von anderen zu mathematischen Modellen verstehen und überprüfen;
- Fehler im Dialog erkennen und mit ihnen konstruktiv umgehen;
- Inhalte aus verschiedenen Themenbereichen verknüpfen;
- Hilfsmittel für mathematisches Arbeiten sinnvoll einsetzen.

LEITIDEE MESSEN

Die Schülerinnen und Schüler können

- Messergebnisse und berechnete Größen in sinnvoller Genauigkeit angeben;
- auf Grund von Vorstellungen über geeignete Repräsentanten Größen schätzen;
- Ergebnisse in Bezug auf die Situation prüfen;
- die Formeln zur Kreisberechnung anwenden.

LEITIDEE ZAHL

Die Schülerinnen und Schüler können

- die stetige Erweiterung rechnerischer Fähigkeiten und Fertigkeiten als Grundlage für eine besondere Art des Denkens und Problemlösens von universeller Wirksamkeit erfahren;
- die Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen verstehen und wissen um Bedeutung und Eigenschaften nicht rationaler Zahlen;
- unterschiedliche Lösungsstrategien beschreiben und abwägen und ihren Lösungsweg verständlich darstellen.

(2) Problemstellung

Was verbirgt sich hinter dem größten Rotationsschiffshebewerk der Welt?

Ein riesiger stählerner Raubvogel späht übers Land – der Schnabel gewaltig, das Auge hohl. Doch hebt sich dieses Wesen nicht in die Luft, sondern taucht ins Wasser um ein Schiff in seine Schleusenkammer aufzunehmen. Das einzige Rotationsschiffshebewerk der Welt – das „Falkirk Wheel" – überwindet die Niveaudifferenz zwischen Forth & Clyde und dem Union Canal in Mittelschottland. Hydraulische Pumpen drehen die Transportgondeln um die Mittelachse in die Höhe und ersetzen dabei elf Schleusen. Oben kann die Fahrt dann weitergehen.

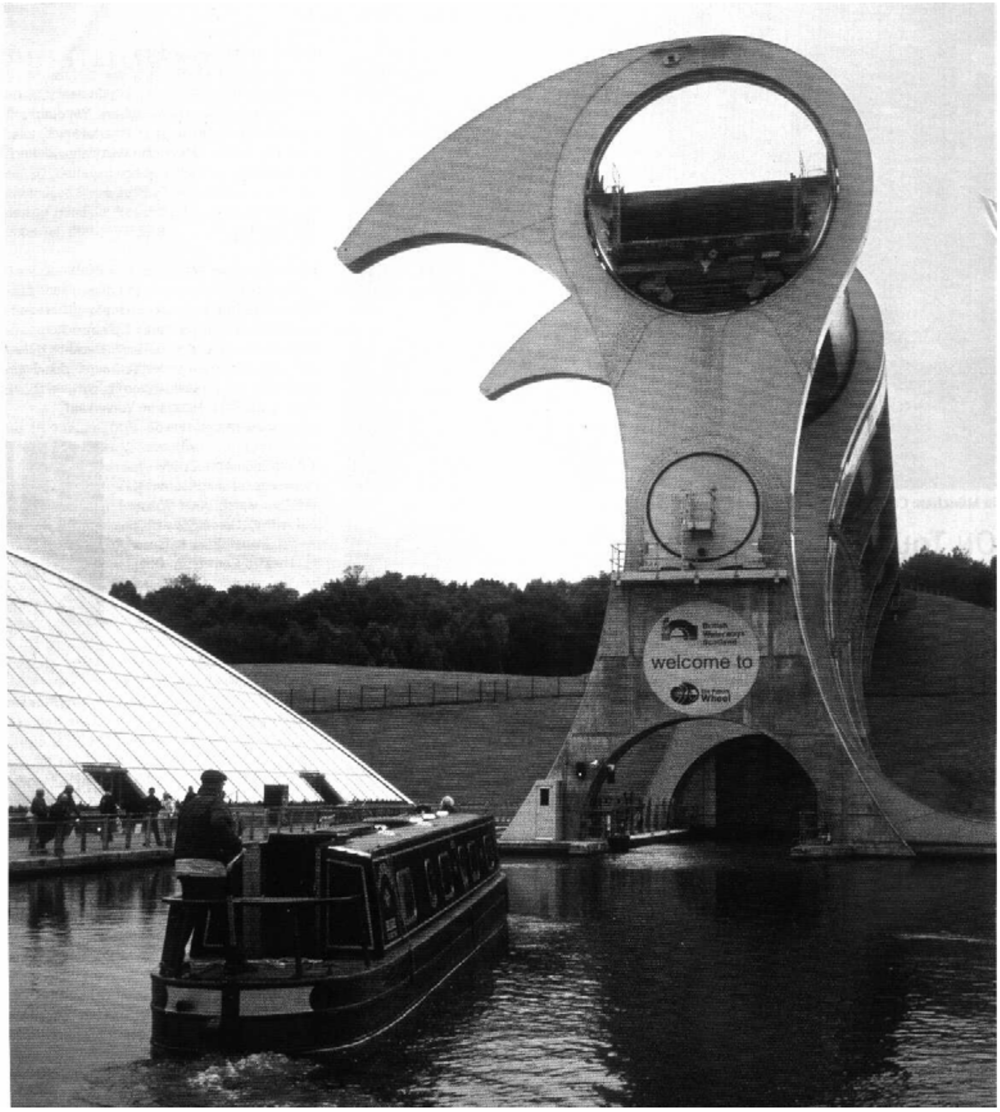


Abb.1

Quelle: DB-Mobil

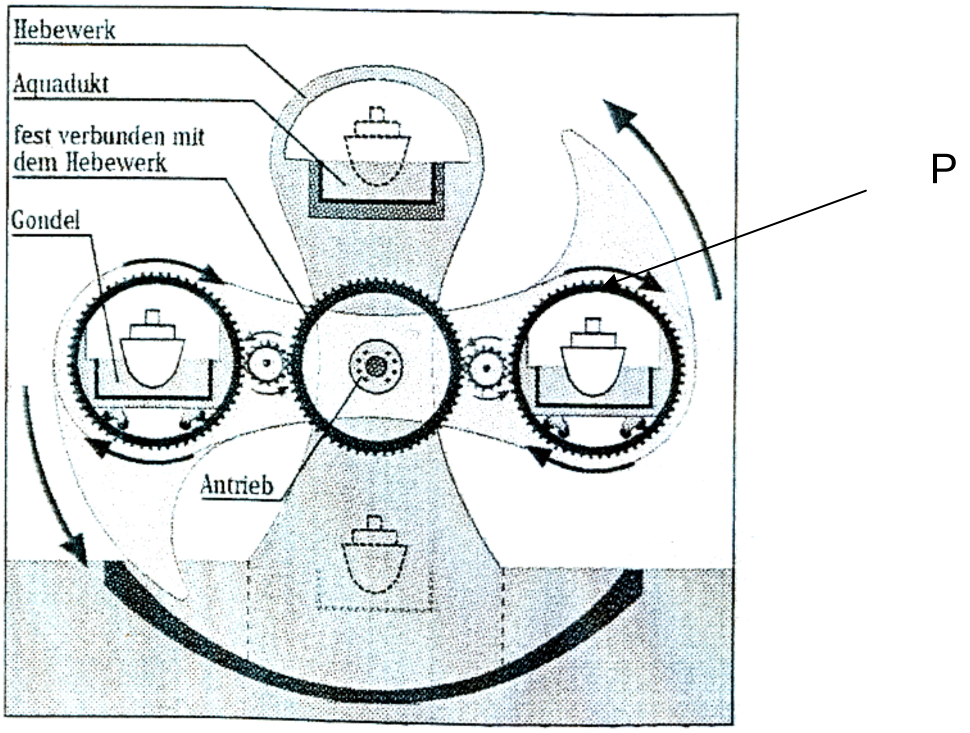


Abb.2

Quelle: DB-Mobil

Möglichkeiten:

Das Photo des Falkirk Wheel gibt Anlass zu ersten Schätzungen wie zum Beispiel Größe, Durchmesser.

Können Aussagen im Text damit konkretisiert werden wie zum Beispiel die Niveaudifferenz?

Das „Falkirk Wheel" dreht sich in einer Minute um 12°. Der Punkt P legt bei einer Volldrehung eine Strecke von 78,4 m zurück. Das Ein- und Ausfahren dauert jeweils 5 Minuten. Der Trog (Aquadukt), in dem sich das Schiff während der Beförderung befindet, hat eine Tiefe von 3 m. Dies entspricht ¼ des Durchmessers des „hohlen Auges". Die Übersetzung zwischen den kleinen und großen Zahnrädern beträgt 2:7.

Mit der Planskizze und den Angaben lassen sich verschiedenste Berechnungen durchführen um Leistungen und Ausmaße des FalkirkWheel in der Realität berechnen zu können.

Geschätzte Maße sind mit den Angaben überprüfbar, eventuellen groben Schätzfehlern sollte nachgegangen werden.

Mögliche Untersuchungen:

Welche Niveaudifferenz wird überwunden?

$$d = \frac{78{,}4m}{\pi} = 25{,}96m$$ (Niveaudifferenz)

Welche Fahrtunterbrechung (in Minuten) ergibt sich insgesamt?

$$\frac{180°}{12°/\min} + 2 \bullet 5\min = 25\min$$ (Fahrtunterbrechung)

Welchen Umfang hat der Zahnkranz, der das „hohle Auge“ bewegt?

$(4 \bullet 3m) \bullet \pi = 37{,}7m$ (Umfang des großen Zahnkranzes)

Wie oft dreht sich das kleine Zahnrad, während einer Halbdrehung des „Falkirk Wheel“?

Das große Zahnrad führt eine ½ Drehung aus

2 **:** 7 entspricht 0,5 **:** 1,75

Das kleine Zahnrad dreht sich 1,75 mal

(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

Geübte und gesicherte Begrifflichkeiten sind Bestandteil der Aufgabe.

Abbildung 1 fordert zu Schätzen von Größen auf, dazu sind jeweils Bezugsgrößen auszumachen. Die Kompetenzen Argumentieren und Kommunizieren werden geübt.

Niveaustufe B

Auf Grundlage der Abbildung 2 lassen sich viele abgeschlossene Fragenbereiche bearbeiten, bei denen bekannte Sachverhalte mit Kenntnissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten aus verschiedenen mathematischen Gebieten verknüpft werden. Kumulatives Arbeiten ist vielfältig möglich.

Niveaustufe C

Die Aufgabe lässt viele verschiedene Berechnungen zu, denen häufig ein planmäßiges Bearbeiten komplexer Gegebenheiten zu Grunde liegt, um selbstständig zu Lösungen, Begründungen und Folgerungen zu gelangen. Es gilt eine Situation mit starkem Realitätsbezug zu modellieren. Text und Abbildung 2, denen die Berechnungsgrundlagen zu entnehmen sind, sind recht komplex.

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Bildungsplan 2004
Realschule

Innovativer Bildungsservice

Niveaukonkretisierung
für Mathematik
Klasse 10

Steigung

Dezember 2005

Landesinstitut
für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Vorbemerkungen

Die in den Bildungsstandards benannten allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen erwerben die Schülerinnen und Schüler in aktiver Auseinandersetzung mit vielgestaltigen mathematischen Inhalten im Unterricht. Dieser basiert bevorzugt auf offenen und komplexen Lernsituationen, die an die Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler außerhalb und innerhalb der Mathematik anknüpfen. Vorhandene Vorstellungen werden in einem aktiven Aneignungsprozess mit neuen Erkenntnissen in Beziehung gesetzt. Dabei wird Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erlebt.

Der Unterricht ist auf mathematisches Verständnis als Produkt aus den Kenntnissen mathematischer Begriffe und Verfahren ausgerichtet. Er orientiert sich verstärkt an Prozessen des Mathematisierens und am Aufbau flexiblen Wissens, das in innermathematischen ebenso wie in außermathematischen Zusammenhängen angewendet wird. Fehler sind produktive Bestandteile des Lernens.

Offene und variierende Aufgabenstellungen, die unterschiedliche Lösungswege und -strategien auf verschiedenen Niveaus zulassen, tragen dazu bei, dass Schülerinnen und Schüler Modellierungsprozesse durchführen, und dass das Selbstkonzept der Schülerinnen und Schüler hinsichtlich ihrer mathematischen Begabung stärker beachtet wird.

Zum Lösen mathematischer Aufgaben, werden mathematischen Kompetenzen in unterschiedlicher Ausprägung benötigt. Diesbezüglich lassen sich drei zusammenhängende Niveaustufen unterscheiden. Anspruch und Komplexität nehmen von Niveaustufe zu Niveaustufe zu. Dies bedeutet aber nicht, dass zum Beispiel Fähigkeiten von Niveaustufe B Voraussetzung für jede Fähigkeit von Niveaustufe C sind. Die Zuordnung einer Aufgabe bzw. Teilaufgabe zu einer Niveaustufe erfolgt im Hinblick auf die Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler, die diese bis zum jeweiligen Bildungsstandard erworben haben sollen. Die Aufgabenbeispiele illustrieren exemplarisch die Standarderreichung, indem sie deutlich machen, welche konkrete Qualität an mathematischer Leistung jeweils erbracht werden muss, um die Standards zu erfüllen.

Mit Hilfe der Tabelle wird der Prozess des Bearbeitens einer mathematischen Aufgabe beschrieben, um zu bestimmen, welches Niveau zur Bearbeitung gebraucht wird.

Niveaustufe A	**Niveaustufe B**	**Niveaustufe C**
Wiedergabe von Begriffen und Sätzen, Beschreibung und Verwendung gelernter und geübter Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet	Selbstständiges Bearbeiten bekannter Sachverhalte unter Verknüpfung von Kenntnissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten aus verschiedenen mathematischen Gebieten	Planmäßiges Bearbeiten komplexer Gegebenheiten um selbstständig zu Lösungen, Begründungen Folgerungen, Interpretationen und Wertungen zu gelangen

Die Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen auf unterschiedlichen Niveaustufen geschieht in einem Unterricht, der selbstständiges Lernen und Kooperationsbereitschaft sowie die Entwicklung von Durchhaltevermögen, Zuverlässigkeit und Ausdauer, Genauigkeit, Sorgfalt und Verantwortungsbereitschaft, Urteilsfähigkeit und kritisches Reflektieren zum Ziel hat.

Mathematikunterricht orientiert sich an den Lernprozessen und Lernergebnissen der Schülerinnen und Schüler. Individuelle Lernwege und Lernergebnisse werden für weiteres Lernen genutzt, damit mathematisches Wissen funktional, flexibel, kreativ und mit Einsicht in vielfältigen kontextbezogenen Situationen angewendet werden kann.

(1) Bezug zu den Bildungsstandards

Die Schülerinnen und Schüler können

- sinntragende Vorstellungen von den Zahlen und ihren Darstellungen darlegen und sie entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit nutzen;
- vernetzt denken und sie schulen dies anhand kumulativer Aufgaben;
- Aufgaben mit unterschiedlichen Methoden und Verfahren lösen;
- Streckenlängen und Winkelgrößen in der Ebene und im Raum mit trigonometrischen Beziehungen berechnen;
- rechnerische Beziehungen zwischen Seitenlängen und Winkelmaßen im rechtwinkligen Dreieck herstellen;

- ein dynamisches Geometriesystem beim explorativen Arbeiten einsetzen;
- mit verschiedene Darstellungsformen von Funktionen umgehen;
- die Veränderung von Größen und deren Abhängigkeit beschreiben und analysieren;
- Funktionen mit Hilfe des Computers visualisieren und Muster von Abhängigkeiten erkennen;
- Beziehungen zwischen Funktionstermen und Graphen herstellen und kennzeichnende Merkmale feststellen;
- Daten erfassen, entnehmen, transferieren;
- verschiedene mathematische Darstellungen verwenden;
- sinnvolle Modellierungen für außermathematische Situationen finden und sie mit mathematischen Mitteln beschreiben;
- in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten;
- durch mehrkanalige Zugänge vielfältige Querverbindungen erfahren;
- verschiedene Formen von Modellierungen anwenden, interpretieren und unterscheiden;
- mit Variablen, Funktionen, Diagrammen arbeiten;
- Inhalte aus verschiedenen Themenbereichen verknüpfen;
- Hilfsmittel für mathematisches Arbeiten sinnvoll einsetzen;
- bei Problemstellungen kalkülmäßiges Bearbeiten sich ergebender Gleichungen mit dem Computer ausführen.

(2) Problemstellung

Schafft der Audi A6 quattro 80% Steigung?

Aus dem Audi-Magazin 1/2005:

Am 23. Januar 2005 fuhr ein 1900 kg schwerer Audi A6 quattro die Skisprungschanze in Kaipola hoch mit einer Geschwindigkeit von stellenweise 60 km/h. Die Schanze ist 57 m hoch und 100 m lang.

Diese Presseveröffentlichung bietet, wie viele andere Veröffentlichungen, eine Fülle mathematischer Problemstellungen.

Unter dem Blickwinkel des Einsatzes eines Dynamischen Geometriesystems hier einige Impulse:

1. Ist es überhaupt möglich, dass, wie im Audi-Magazin 1/2005 (Abb.1) berichtet wird, die Schanze 80 Prozent Steigung hat?

   Dazu kann zum Beispiel mit einem dynamischen Geometriesystem (Geonext, Euklid,...) experimentiert werden wie in Abbildung 1a angegeben.

   Die Schülerinnen und Schüler können experimentieren, genau beobachten und wesentliche Gesichtspunkte notieren.

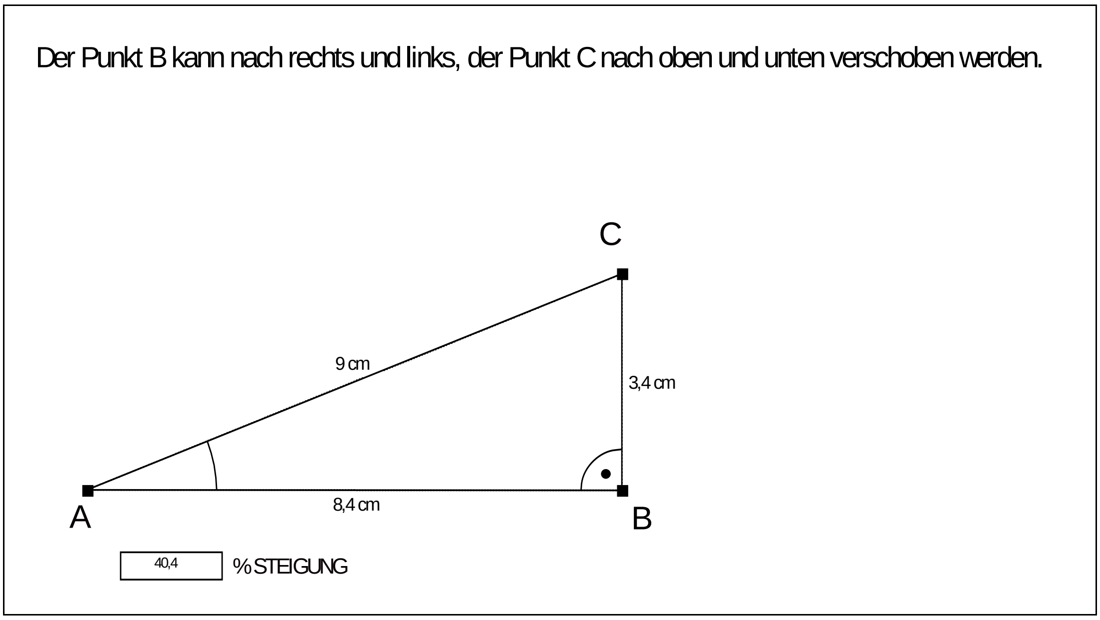


Abb. 1a: mit dem Computerprogramm „EUKLID DynaGeo“ erstellt

2. In der Fernsehwerbung der Firma wird von einem Steigungswinkel der Schanze von 37,5 Grad gesprochen.

   Steigungangabe in Prozent (1) – Steigungswinkelangabe in Grad : Hier schulen Schülerinnen und Schüler die passenden Vorstellungen.

   Zur Problemerfassung des Steigungswinkels können verschiedene rechtwinklige Dreiecke mit einem Steigungswinkel von 10°, 20°, 30°, ... gezeichnet werden und diesen Winkeln jeweils die entsprechende Steigung zugeordnet werden. Die Schülerinnen und Schüler können über zu beobachtende Besonderheiten kommunizieren.
   Die Ergebnisse eigenständiger Arbeitsschritte können mit Hilfe eines Dynamischen Geometriesystems kontrolliert werden wie in Abbildung 2a dargestellt.

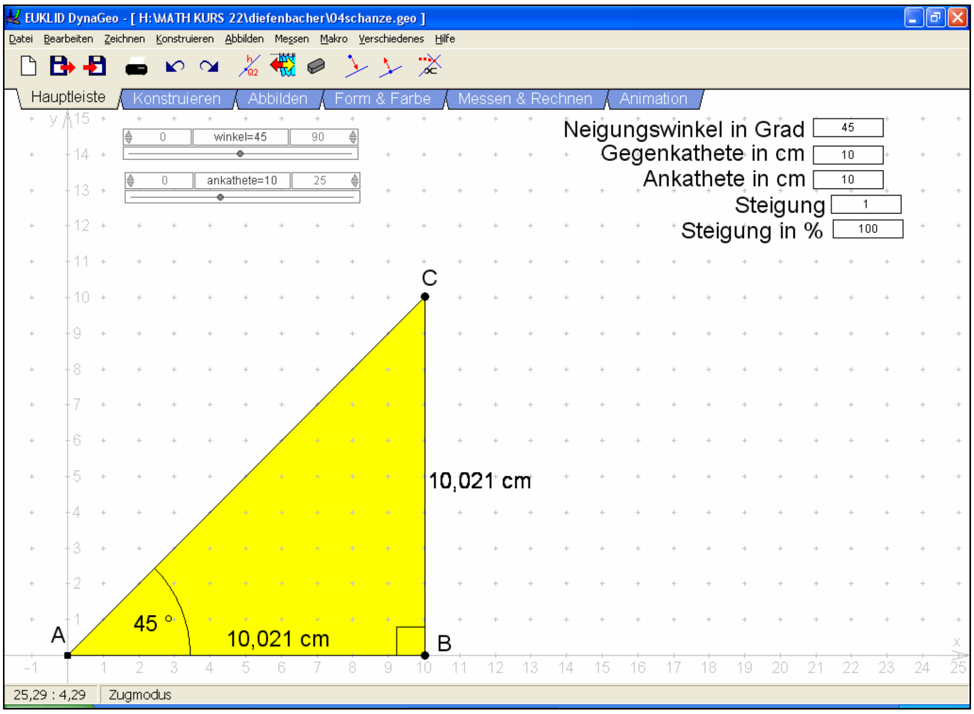


Abb. 2a mit dem Computerprogramm „EUKLID DynaGeo“ erstellt

3. Die Beobachtungen von Zusammenhängen können vertieft werden, indem zu den Steigungswinkeln zwischen 0° und 90° mit einer Schrittweite von 0,5° die Tangenswerte des Steigungswinkels notiert werden. Auch hierzu wird ein dynamisches Geometriesystem verwendet wie in Abbildung 3 aufgezeigt.

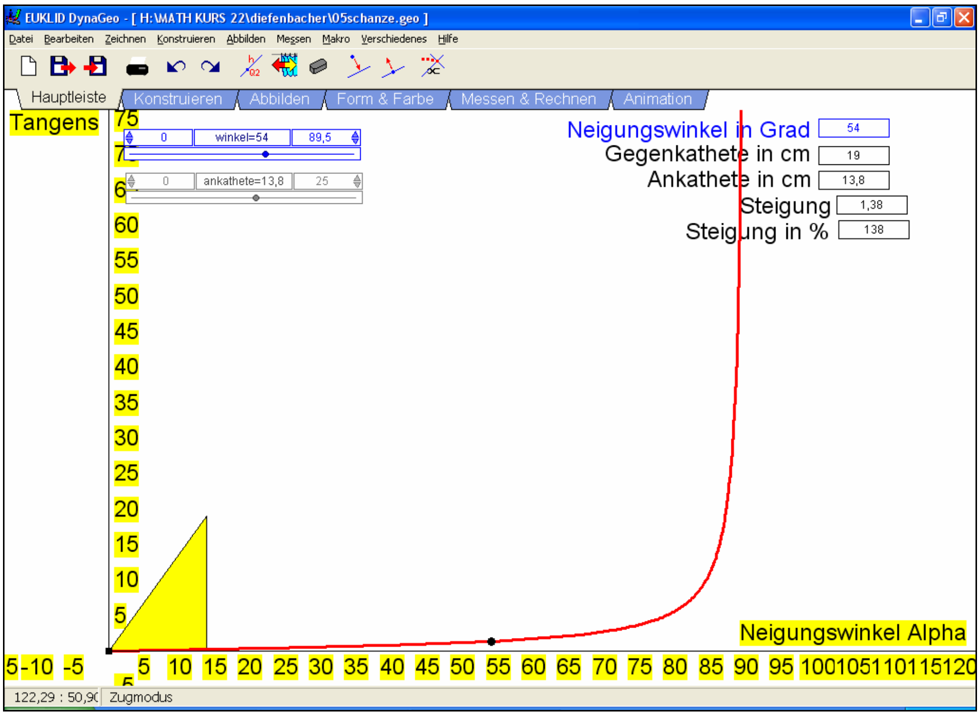


Abb. 3 erstellt mit dem Computerprogramm „EUKLID DynaGeo“

4. Vorstellungen entwickeln können – Darstellungen erfassen können:

   Steigungsangabe in Prozent (1) – Steigungswinkelangabe in Grad (2) – Angabe von passenden Funktionsgleichungen

Welche Steigung haben die fünf „Straßen“ in Abbildung 4, wie lauten die zugehörenden Funktionsgleichungen?

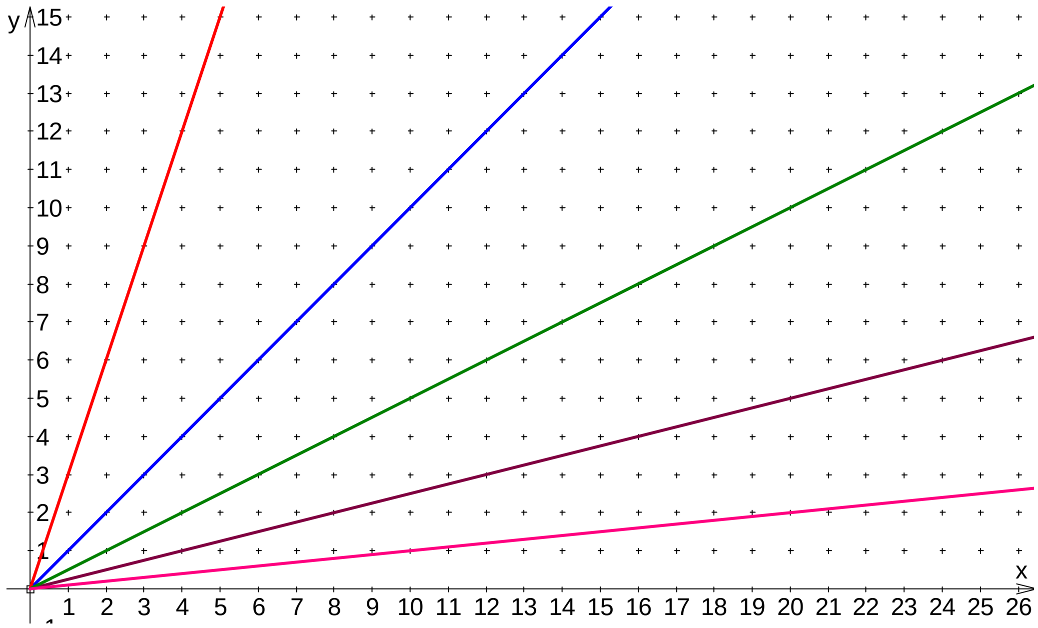
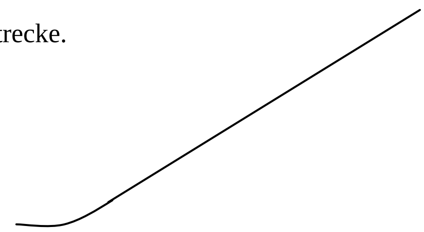


Abb. 4

Hinweis:

Die Schanze hat in Wirklichkeit nicht die Form einer Strecke.



(3) Niveaubeschreibung

Niveaustufe A

Geübte und gesicherte Begrifflichkeiten sind Bestandteil der Problemstellung.

Niveaustufe B

Das komplexe Beziehungsgeflecht zwischen Mathematik und Realität gewinnt durch Nutzung moderner Medien, die ein Modellieren von Originalsituationen erlauben, an Bedeutung. Ist diese Nutzung selbstverständliches Gut im Umgang mit Problemstellungen, so erlaubt diese durch Herstellung von Zusammenhängen mehrschrittige Modellierungen, die Interpretation der Modellierung und ihre Überprüfung an der Ausgangssituation.

Niveaustufe C

Der Problemstellung liegt ein komplexer mathematischer Sachverhalt zu Grunde, eine Situation mit starkem Aktualitäts- und Realitätsbezug ist zu modellieren. Es sind mehr Daten als notwendig angegeben, die Aussagekraft der nicht vertrauten Darstellung erzeugt Unsicherheit. Das verwendete mathematische Modell bedarf jeweils der Validierung, Interpretation und kritischen Beurteilung. Unterschiedliche fachliche Kompetenzen sind Voraussetzung beim selbstständigen Finden von Lösungswegen dieser kumulativen Aufgabe (Steigung, Steigungswinkel, Gleichung linearer Funktionen [$y = 0{,}8x$], Tangensfunktion; Spezialfälle 0°, 45°,90°).